Series ABCD1/2

Set No. 2

प्रश्न-पत्र कोड
Q.P. Code 65/2/2

अनुक्रमांक
Roll No.

परीक्षार्थी प्रश्न-पत्र कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें ।
Candidates must write the Q.P. Code on the title page of the answer-book.

- *कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न–पत्र में मुद्रित पृष्ठ **7** हैं ।*
- *प्रश्न–पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए प्रश्न–पत्र कोड को परीक्षार्थी उत्तर–पुस्तिका के मुख–पृष्ठ पर लिखें ।*
- *कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न–पत्र में **14** प्रश्न हैं ।*
- ***कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, उत्तर–पुस्तिका में प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें ।***
- *इस प्रश्न–पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है । प्रश्न–पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा । 10.15 बजे से 10.30 बजे तक छात्र केवल प्रश्न–पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर–पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे ।*
- *Please check that this question paper contains **7** printed pages.*
- *Q.P. Code given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.*
- *Please check that this question paper contains **14** questions.*
- ***Please write down the serial number of the question in the answer-book before attempting it.***
- *15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the students will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period.*

गणित
MATHEMATICS

निर्धारित समय : 2 घण्टे | *अधिकतम अंक : 40*

Time allowed : 2 hours | *Maximum Marks : 40*

सामान्य निर्देश :

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका सख़्ती से पालन कीजिए :

(i) *इस प्रश्न-पत्र के **तीन** खण्ड हैं – **खण्ड क, ख** तथा **ग** ।*

(ii) *प्रत्येक खण्ड **अनिवार्य** है ।*

(iii) ***खण्ड क** में **6** लघु उत्तर I प्रकार के प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक के **2** अंक हैं ।*

(iv) ***खण्ड ख** में **4** लघु उत्तर II प्रकार के प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक के **3** अंक हैं ।*

(v) ***खण्ड ग** में **4** दीर्घ-उत्तरीय प्रकार के प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक के **4** अंक हैं ।*

(vi) *कुछ प्रश्नों में आंतरिक विकल्प दिया गया है ।*

(vii) *प्रश्न सं. **14** एक प्रकरण-अध्ययन आधारित प्रश्न है जिसमें दो भाग हैं । प्रत्येक भाग के **2** अंक हैं ।*

खण्ड क

*प्रश्न संख्या **1** से **6** तक प्रत्येक प्रश्न के **2** अंक हैं ।*

1. पासों के एक युग्म को उछाला गया । दोनों पासों पर आई संख्याओं का योगफल एक सम संख्या है । कम-से-कम एक पासे पर संख्या 3 आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए । *2*

2. दो मात्रक सदिशों $\vec{a}$ और $\vec{b}$ के लिए $|2\vec{a} + 3\vec{b}| = |3\vec{a} - 2\vec{b}|$ है । $\vec{a}$ तथा $\vec{b}$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए । *2*

3. (क) ज्ञात कीजिए : *2*

$$\int \frac{\sin 3x}{\sin x}\,dx$$

अथवा

(ख) मान ज्ञात कीजिए : *2*

$$\int_0^{\frac{1}{2}\log 3} \frac{e^x}{e^{2x}+1}\,dx$$

4. एक विशेष प्रश्न को A और B द्वारा स्वतंत्र रूप से हल करने की प्रायिकताएँ क्रमशः $\frac{2}{3}$ और $\frac{3}{5}$ हैं । यदि दोनों स्वतंत्र रूप से प्रश्न को हल करने की कोशिश करते हैं, तो प्रश्न के हल हो जाने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए । *2*

General Instructions :

Read the following instructions very carefully and strictly follow them :

(i) *This question paper contains **three** sections – **Section A, B** and **C**.*

(ii) *Each section is **compulsory**.*

(iii) ***Section A** has **6** short answer type I questions of **2** marks each.*

(iv) ***Section B** has **4** short answer type II questions of **3** marks each.*

(v) ***Section C** has **4** long answer type questions of **4** marks each.*

(vi) *There is an internal choice in some questions.*

(vii) *Question no. **14** is a case-study based question with 2 sub-parts of **2** marks each.*

SECTION A

*Questions number **1** to **6** carry **2** marks each.*

1. A pair of dice is thrown. It is given that the sum of numbers appearing on both dice is an even number. Find the probability that the number appearing on at least one die is 3. *2*

2. $\vec{a}$ and $\vec{b}$ are two unit vectors such that $|2\vec{a} + 3\vec{b}| = |3\vec{a} - 2\vec{b}|$. Find the angle between $\vec{a}$ and $\vec{b}$. *2*

3. (a) Find : *2*

$$\int \frac{\sin 3x}{\sin x}\, dx$$

OR

(b) Evaluate : *2*

$$\int_0^{\frac{1}{2}\log 3} \frac{e^x}{e^{2x}+1}\, dx$$

4. Probabilities of A and B solving a specific problem are $\frac{2}{3}$ and $\frac{3}{5}$, respectively. If both of them try independently to solve the problem, then find the probability that the problem is solved. *2*

5. रेखा PQ जो बिन्दुओं P(2, 2, 1) तथा Q(5, 1, – 2) से गुज़रती है, का कार्तीय समीकरण लिखिए । अतः रेखा PQ पर उस बिन्दु का y-निर्देशांक ज्ञात कीजिए जिसका z-निर्देशांक – 2 है । *2*

6. अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = 2y^2$ का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए, दिया गया है कि y = 1 जब x = 1. *2*

खण्ड ख

*प्रश्न संख्या **7** से **10** तक प्रत्येक प्रश्न के **3** अंक हैं ।*

7. (क) बिन्दुओं (2, 1, 0), (3, – 2, – 2) और (1, 1, – 7) से गुज़रने वाले समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए । इस समतल की मूल-बिन्दु से दूरी भी ज्ञात कीजिए । *3*

अथवा

(ख) रेखाओं $x = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{3}$ तथा $x + 1 = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{3}$ के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए । *3*

8. अवकल समीकरण $x\frac{dy}{dx} - y + x \sin \frac{y}{x} = 0$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए । *3*

9. (क) मान ज्ञात कीजिए : *3*

$$\int_0^1 \tan^{-1} x \, dx$$

अथवा

(ख) ज्ञात कीजिए : *3*

$$\int \frac{2x}{x^2 + 3x + 2} \, dx$$

10. सदिशों के प्रयोग से, 'b' का मान ज्ञात कीजिए, यदि बिन्दु A(–1, –1, 2), B(2, b, 5) और C(3, 11, 6) संरेख हैं । बिन्दु B रेखाखंड AC को जिस अनुपात में अंत:विभाजित करता है, उस अनुपात को भी ज्ञात कीजिए । *3*

5. Write the cartesian equation of the line PQ passing through points P(2, 2, 1) and Q(5, 1, – 2). Hence, find the y-coordinate of the point on the line PQ whose z-coordinate is – 2. *2*

6. Find the particular solution of the differential equation $\frac{dy}{dx} = 2y^2$, given y = 1 when x = 1. *2*

SECTION B

*Questions number **7** to **10** carry **3** marks each.*

7. (a) Find the equation of the plane passing through points (2, 1, 0), (3, – 2, – 2) and (1, 1, – 7). Also, obtain its distance from the origin. *3*

OR

(b) Find the distance between the lines $x = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{3}$ and $x + 1 = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{3}$. *3*

8. Find the general solution of the differential equation

$$x\frac{dy}{dx} - y + x \sin \frac{y}{x} = 0.$$ *3*

9. (a) Evaluate : *3*

$$\int_0^1 \tan^{-1} x \, dx$$

OR

(b) Find : *3*

$$\int \frac{2x}{x^2 + 3x + 2} dx$$

10. Using vectors, find the value of 'b' if the points A(–1, –1, 2), B(2, b, 5) and C(3, 11, 6) are collinear . Also, determine the ratio in which the point B divides the line-segment AC internally. *3*

खण्ड ग

*प्रश्न संख्या **11** से **14** तक प्रत्येक प्रश्न के **4** अंक हैं ।*

11. (क) समाकलन के प्रयोग से, वक्र $4x^2 + 4y^2 = 9$ और रेखा $2x + 2y = 3$ के बीच घिरे लघु क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए । *4*

अथवा

(ख) यदि वक्र $y^2 = 4ax$ और रेखा $x = 4a$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल $\frac{256}{3}$ वर्ग इकाई है, तो समाकलन के प्रयोग से a, जहाँ $a > 0$, का मान ज्ञात कीजिए । *4*

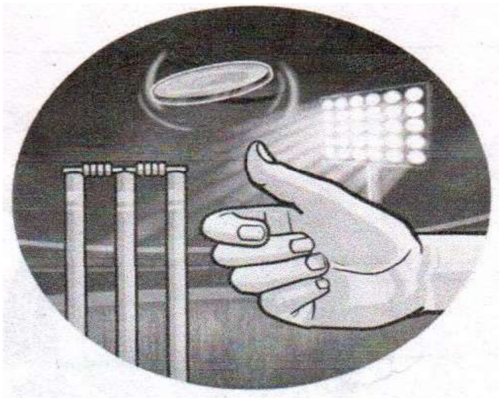
12. रेखा $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-2}{12}$ और समतल $x - y + z = 5$ के प्रतिच्छेदन बिन्दु की बिन्दु $(-1, -5, -10)$ से दूरी ज्ञात कीजिए । *4*

13. मान ज्ञात कीजिए : *4*

$$\int_0^{\pi/2} \frac{x}{\sin x + \cos x}\, dx$$

प्रकरण-अध्ययन आधारित प्रश्न

14. किसी भी क्रिकेट के मैच के आरम्भ में, एक सिक्का उछाला जाता है और जो टीम टॉस जीतती है उसे बल्लेबाजी या गेंदबाजी चुनने का मौका मिलता है । ऐसा सिक्का अनभिनत होता है जिसमें चित और पट के आने की प्रायिकताएँ समान होती हैं ।



उपरोक्त सूचना के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(क) यदि ऐसा सिक्का 2 बार उछाला जाए, तो पटों की संख्या के लिए प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए । *2*

(ख) ऐसे सिक्के को 3 बार उछालने पर कम-से-कम एक चित आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए । *2*

SECTION C

*Questions number **11** to **14** carry **4** marks each.*

11. (a) Using integration, find the area of the smaller region enclosed by the curve $4x^2 + 4y^2 = 9$ and the line $2x + 2y = 3$. *4*

OR

(b) If the area of the region bounded by the curve $y^2 = 4ax$ and the line $x = 4a$ is $\frac{256}{3}$ sq. units, then using integration, find the value of a, where $a > 0$. *4*

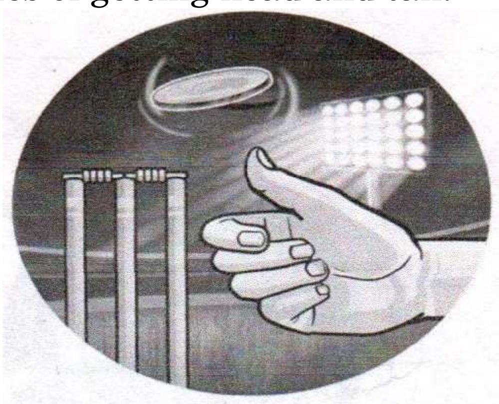
12. Find the distance of the point $(-1, -5, -10)$ from the point of intersection of the line $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-2}{12}$ and the plane $x - y + z = 5$. *4*

13. Evaluate : *4*

$$\int_0^{\pi/2} \frac{x}{\sin x + \cos x}\, dx$$

Case-Study Based Question

14. At the start of a cricket match, a coin is tossed and the team winning the toss has the opportunity to choose to bat or bowl. Such a coin is unbiased with equal probabilities of getting head and tail.



Based on the above information, answer the following questions :

(a) If such a coin is tossed 2 times, then find the probability distribution of number of tails. *2*

(b) Find the probability of getting at least one head in three tosses of such a coin. *2*